

**$\gamma\gamma$ -Tripelkorrelationsmessungen am Fe^{56}
bei $(pp'\gamma\gamma)$ -Reaktionen
(Auszug)**

Der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg
zur
Erlangung des Doktorgrades

vorgelegt
von
Georg Loos
aus
Nürnberg

1968

Springer-Verlag Berlin - Heidelberg - New York

1969

Als Dissertation genehmigt
von der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Erlangen - Nürnberg

Tag der mündlichen Prüfung:	27. Nov. 1968
Dekan:	Prof. Dr. H. Wegener
Erstberichterstatter:	Prof. Dr. R. Fleischmann
Zweitberichterstatter:	Prof. Dr. W. Fiebiger

Sonderdruck aus: Zeitschrift für Physik 218, 153 (1969)

$\gamma\gamma$ -Tripelkorrelationsmessungen am Fe^{56} bei $(pp' \gamma\gamma)$ -Reaktionen

W. KREISCHE, W. LAMPERT, G. LOOS und D. WELTLE
Physikalisches Institut der Universität Erlangen-Nürnberg

Eingegangen am 12. September 1968

$\gamma\gamma$ -Triple Correlation Measurements on Fe^{56} following $(pp' \gamma\gamma)$ -Reactions

The investigations of $\gamma\gamma$ -triple correlations following (pp') -reactions are used to determine the spins of the second and third excited level in Fe^{56} and the $E2/M1$ mixing ratio of the transition from the third to the first excited level. The population numbers of the substates are also determined. At $E_p=4.9$ MeV the correlation associated with the second level was measured. At $E_p=5.5$ MeV the correlations associated with the second and third level and the angular distributions of the photons were investigated. The spin series of 0^+ , 2^+ , 4^+ , 2^+ and a mixing ratio of $\delta=0.20$ was obtained. The results of the angular distributions and the correlations are compared. They agree well with experimental results of other authors, obtained by various methods of measurement, and with theoretical predictions.

1. Einleitung

Der Kern ${}_{26}\text{Fe}^{56}$ war Gegenstand von Arbeiten verschiedener Autoren, wobei in früheren Jahren das Hauptgewicht auf der Untersuchung der radioaktiven Nachbarkerne ${}_{27}\text{Co}^{56}$ und ${}_{25}\text{Mn}^{56}$ lag. Die Messungen umfaßten $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelationen am entstehenden angeregten Kern Fe^{56} , Linearpolarisationsmessungen der emittierten γ -Quanten, Untersuchungen über Lebensdauern der angeregten Niveaus und Ermittlung von Konversionskoeffizienten. Später kamen Untersuchungen mit Kernreaktionen hinzu.

In der vorliegenden Arbeit werden die drei ersten angeregten Niveaus im Fe^{56} , welche durch (pp') -Reaktionen bevölkert worden sind, mit $\gamma\gamma$ -Tripelkorrelationsmessungen und mit Messungen von γ -Winkelverteilungen untersucht. Die Tripelkorrelation liefert die Spins der drei an einem Kaskaden-Übergang beteiligten Niveaus, die beiden zugehörigen Quadrupol-Dipol-Mischungsverhältnisse und die Besetzungswahrscheinlichkeiten der Unterzustände des Ausgangsniveaus der untersuchten Kaskade. Diese Methode ist am Fe^{56} noch nicht angewendet worden. Spins, Paritäten und Mischungsverhältnisse der hier untersuchten Niveaus sind in Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Experimente anderer Autoren und mit theoretischen Berechnungen.

2. Die theoretische Formulierung der Korrelationen

2.1. Die Tripelkorrelationsfunktion

Bei der inelastischen Streuung von Protonen an einem Kern, die über Compoundkernbildung verlaufen soll, bleibt dieser in einem angeregten Zustand zurück. Ein dabei angeregtes Niveau mit Spin a soll über einen Zwischenzustand mit Spin b in den Zustand mit Spin c übergehen. Dabei werden die γ -Strahlungen γ_1 und γ_2 ausgesandt. Die Tripelkorrelationsfunktion für diese γ -Strahlungen lautet:

$$\begin{aligned}
 W(\Theta_1, \Theta_2, \varphi) \propto & \sum'_{\substack{k_a \\ (L_1 L'_1, L_2 L'_2)}} \rho_{k_a 0}(a a) \delta_1^{p_1} \delta_2^{p_2} \\
 & \cdot \sum_{(k_1 k_2 \kappa)} A_{k_1 k_2}^{\kappa}(a b c L_1 L'_1 L_2 L'_2 k_a) \\
 & \cdot X_{k_1 k_2}^{\kappa}(\Theta_1, \Theta_2, \varphi) Q_{k_1} Q_{k_2}.
 \end{aligned} \quad (1)$$

$\rho_{k_a 0}(a a)$ sind die statistischen Tensorparameter, welche den Ausgangszustand mit Spin a beschreiben. Sie hängen mit den Besetzungswahrscheinlichkeiten $P(\alpha)$ der magnetischen Unterzustände dieses Niveaus folgendermaßen zusammen:

$$P(\alpha) = \sum_{k_a} (-1)^{a-\alpha} (a \alpha, a - \alpha | k_a 0) \rho_{k_a 0}(a a). \quad (2)$$

Die Magnetquantenzahlen der Unterzustände des Ausgangszustandes werden dabei mit α bezeichnet. δ_1 und δ_2 sind die Quadrupol-Dipol-Mischungsverhältnisse der Übergänge γ_1 und γ_2 mit den Multipolaritäten L_1, L'_1 und L_2, L'_2 . Höhere Multipolaritäten als Quadrupolstrahlungen werden hier vernachlässigt. Für eine Dipolstrahlung ist p_1 bzw. $p_2 = 0$, für Quadrupol-Dipol-Mischung gilt p_1 bzw. $p_2 = 1$, für reine Quadrupolstrahlung ist p_1 bzw. $p_2 = 2$. Es gelten die Beschränkungen:

$$L_1 \leq L'_1 \leq 2; \quad L_2 \leq L'_2 \leq 2.$$

Die Koeffizienten $A_{k_1 k_2}^{\kappa}$ enthalten Produkte aus Clebsch-Gordan-Koeffizienten und $9j$ -Symbolen.

Die X -Funktionen haben die Gestalt:

$$X_{k_1 k_2}^{\kappa}(\Theta_1, \Theta_2, \varphi) = 2 \cdot \overline{P}_{k_1}^{\kappa}(\cos \Theta_1) \cdot \overline{P}_{k_2}^{\kappa}(\cos \Theta_2) \cdot \cos \kappa \varphi. \quad (3)$$

Die $\overline{P}_k^{\kappa}(\cos \Theta)$ werden als zugeordnete normierte Legendre-Polynome bezeichnet. Die Winkel Θ_1 bzw. Θ_2 kennzeichnen die Winkel zwischen der Richtung der einfallenden Protonen und den Richtungen der emittierten Quanten γ_1 bzw. γ_2 . φ ist der Winkel zwischen den Ebenen, welche von den beiden Strahlungen γ_1 und γ_2 mit der Strahlrichtung



gebildet werden. Q_{k_1} und Q_{k_2} werden Schwächungskoeffizienten genannt. Sie korrigieren die Glättung der Korrelationsfunktion, die durch die endliche Ausdehnung der Zähler verursacht wird.

Wenn keine Polarisierung der einfallenden Protonen und des Targets vorliegt und das Ausgangsniveau a eine definierte Parität aufweist, so sind nur die Tensorparameter $\rho_{k_a 0}(aa)$ mit geradem k_a ungleich Null. Damit äquivalent ist die Aussage, daß das Niveau a ein „alignment“ besitzt, also $P(\alpha) = P(-\alpha)$ ist. k_1 und k_2 sind ebenfalls geradzahlig, wenn die am Übergang beteiligten Niveaus definierte Paritäten besitzen und keine Polarisierung der γ -Quanten nachgewiesen wird. Bei Beschränkung auf Dipol- und Quadrupol-Strahlung können k_1 und k_2 nur die Werte 0, 2 und 4 annehmen. Für κ gilt die Beschränkung:

$$0 \leq \kappa \leq \text{Min}(k_1, k_2).$$

Man erhält somit 19 Tripel (k_1, k_2, κ) , welchen 19 X -Funktionen entsprechen.

Eine allgemeine Behandlung der Theorie der Winkelkorrelationen wird bei DEVONS und GOLDFARB¹ und bei FERGUSON² gegeben. Der Spezialfall der $\gamma\gamma$ -Tripelkorrelationsfunktionen wird von LITHERLAND und FERGUSON³ behandelt. Sie wird dort als „Methode I“ bezeichnet. Für die Koeffizienten $A_{k_1 k_2}^\kappa$ stehen Tabellen zur Verfügung, welche von KAYE et al.⁴ ausgearbeitet wurden. Ersetzt man in Gl. (1) die $\rho_{k_a 0}(aa)$ durch die Besetzungswahrscheinlichkeiten $P(\alpha)$, so wird die Summation über die k_a durch eine Summation über α ersetzt. Die Koeffizienten $A_{k_1 k_2}^\kappa$ gehen in die Koeffizienten $C_{k_1 k_2}^\kappa(abcL_1 L_1' L_2 L_2' \alpha)$ über. Letztere sind bei ENDT und SMITH⁵ tabelliert.

Die in den Koeffizienten $A_{k_1 k_2}^\kappa$ auftretenden 9 j -Symbole begrenzen k_a auf:

$$(k_a)_{\text{max}} = \text{Min}(L_1 + L_1' + L_2 + L_2', 2a).$$

Das entspricht wegen Gl. (2) einem maximalen Spin $a=4$ bzw. $9/2$, für den eine vollständige Beschreibung des Ausgangszustandes mit statistischen Tensorparametern noch möglich ist. Wird $2a > (k_a)_{\text{max}}$, dann können die höheren $\rho_{k_a 0}$ nicht mehr von der Tripelkorrelationsfunktion erfaßt werden. In diesem Falle ist es wegen Gl. (2) nicht mehr möglich, mit Besetzungswahrscheinlichkeiten $P(\alpha)$ zu arbeiten.

¹ DEVONS, S., u. L. J. B. GOLDFARB: Handbuch der Physik, Bd. 42, S. 362, 1957.

² FERGUSON, A. J.: Angular correlation methods in gamma-ray spectroscopy. Amsterdam: North-Holland Publ. Co. 1965.

³ LITHERLAND, A. E., and A. J. FERGUSON: Canad. J. Phys. **39**, 788 (1961).

⁴ KAYE, G., E. J. C. READ, and J. C. WILLMOTT: Tables of coefficients for the analysis of triple angular correlations from aligned nuclei. Chadwick Physics Laboratory, Univ. of Liverpool 1963.

⁵ ENDT, P. M., and P. B. SMITH: Nuclear reactions, vol. II, Chap. V. Amsterdam: North Holland Publ. Co. 1962.

2.2. Die Winkelverteilungen

Die Winkelverteilung $W(\Theta_1)$, welche beim Übergang $a \rightarrow b$ beobachtet wird, kann nach KAYE et al.⁴ geschrieben werden als:

$$W(\Theta_1) \propto \sum_{\substack{k_a \\ (L_1 L'_1)}} \rho_{k_1 0} (a a) \delta_1^{p_1} A_{k_1 0}^0 \sqrt{2k_1 + 1} P_{k_1}(\cos \Theta) Q_{k_1}. \quad (4)$$

Die Tabellen für die Koeffizienten $A_{k_1 k_2}^k$ sind hier ebenfalls anwendbar. Die Winkelverteilung schließt nur die Parameter ρ_{00} , ρ_{20} und ρ_{40} ein. Ein eindeutiges Ergebnis aus der Analyse von Winkelverteilungsmessungen ist deshalb im allgemeinen nur für $a < 2$ möglich.

3. Versuchsaufbau

3.1. Mechanischer Aufbau

Wie aus Gl. (1) zu ersehen, ist es notwendig, die Zähler, welche die γ -Quanten nachweisen, nicht nur in einer horizontalen Ebene um das Target zu bewegen, sondern diese auch aus der horizontalen Lage heraus-

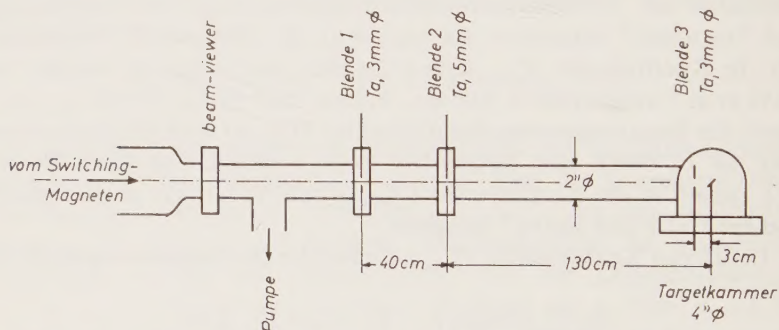


Fig. 1. Mechanischer Aufbau. Die Blenden 1 und 2 erfüllen nicht den ganzen Rohrquerschnitt, so daß der Pumpwiderstand relativ gering bleibt

schwenken zu können. Da bei den vorliegenden Messungen kein Goniometer zur Verfügung stand, wurde folgende Anordnung gewählt:

Die beiden Szintillationszähler sind auf Schlitten montiert, welche im Mittelpunkt eines Drehtisches (Durchmesser 170 cm) gelagert sind. Auf dem Drehtisch kann eine Brücke angebracht werden, so daß einer der Zähler vertikal über das Target zu stehen kommt.

Fig. 1 zeigt den Versuchsaufbau: Die Protonen wurden mit dem Erlanger Tandembeschleuniger auf die notwendige Energie gebracht. Die 1. Blende dient zur Strahlbegrenzung, die 2. Blende hält die von der 1. Blende gestreuten Protonen zurück. Während des Experiments wurde

der Strahl so fokussiert, daß die 3. Blende, welche sich 3 cm vor dem Target befindet, (wegen der Sekundärelektronen) negativen Strom anzeigte.

Die Targetkammer besteht aus Aluminium mit einem Innendurchmesser von 4". Nach oben wird sie von einer Hohlhalbkugel abgeschlossen. Die Kammerwand zeigt an allen Stellen gleiche Dicke, um eine Absorption der γ -Quanten zu gewährleisten, welche unabhängig von der Zählerstellung ist. Diese Konstruktion ermöglicht es, auch Messungen in Strahlrichtung durchzuführen. Der Boden der Kammer besteht aus Kunststoff und hat zwei Durchführungen. Die eine nimmt die Halterung für die Targeträhmchen auf, die andere die oben erwähnte 3. Blende.

Die Targethalterung ist so konstruiert, daß das Target bezüglich des Strahls unter 45° zur Horizontalen und Vertikalen geneigt ist und nach oben schaut. Die effektive Targetdicke ist deswegen doppelt so groß wie die wahre. Diese Targetstellung wurde gewählt, damit bei Variation der Zählerstellungen die Änderung der Absorption der Photonen in Target und Backing möglichst gering ist. Bei den verwendeten Zählerstellungen, die in Abschnitt 3.4 erläutert werden, sieht der eine Zähler immer das Backing und der andere immer das Target.

Die Justierung der Blenden, der Kammer und des Tisches wurde optisch vorgenommen. Dabei konnte das Target auf ± 1 mm genau auf das Zentrum des Drehtisches justiert werden.

Als Zähler dienen ein $5'' \times 4\frac{1}{2}''$ großer NaJ(Tl)-Szintillationskristall auf einer RCA 7046-Multiplier-Röhre und ein $4\frac{1}{2}'' \times 5''$ großer Kristall auf einer Röhre XP 1040. Die Kristalle stecken in konischen Bleiabschirmungen, von denen jede ungefähr 25 kp schwer ist. Dadurch wird unter anderem die Zähler-Zähler-Streuung verhindert. Die Bleiabschirmungen werden vorne von 3 mm dicken Bleiplatten verschlossen, um unerwünschte niederenergetische γ -Strahlung, welche die Kristalle trifft, zu schwächen.

Die Abstände zwischen den Kristallen und dem Target sind mit 260 und 245 mm so bemessen, daß für beide Zähler die gleichen Schwächungskoeffizienten Q_2 und Q_4 gelten. Für die Schwächungskoeffizienten bezüglich des Photopeaks existieren für die verwendeten Kristallgrößen und Geometrien in der Literatur keine Tabellen. Deshalb wurden die Tabellen bei FERGUSON² herangezogen, welche die Q unter der Annahme aller möglichen Wechselwirkungen im Kristall angeben. Durch Interpolation zwischen den in diesen Tabellen angegebenen Werten ergab sich schließlich:

$$Q_2 = 0,985, \quad Q_4 = 0,945.$$

Diese Werte stellen eine untere Grenze dar, weil bei der Auswertung nur die Photopeaks berücksichtigt werden.

Bei den Messungen werden die Positionen beider Zähler verändert, so daß zur Normierung ein dritter, fest montierter Zähler notwendig ist. Dafür steht ein $2\frac{1}{2}'' \varnothing \times 2''$ großer NaJ(Tl)-Zähler zur Verfügung, der wie die beiden anderen Kristalle ebenfalls mit Blei abgeschirmt wird. Eine Messung des Targetstroms reicht zur Normierung nicht aus, weil die Ausbeute an γ -Quanten pro Ladung von der Position des Strahls auf dem Target abhängt und dieses nicht an allen Stellen gleich dick ist.

3.2. Elektronik

Fig. 2 zeigt das Blockschaltbild der Elektronik. Von den beiden fast-slow-Koinzidenzkreisen ist der eine verzögert, so daß die zufälligen Koinzidenzen gleichzeitig mit den Gesamtkoinzidenzen meßbar sind.

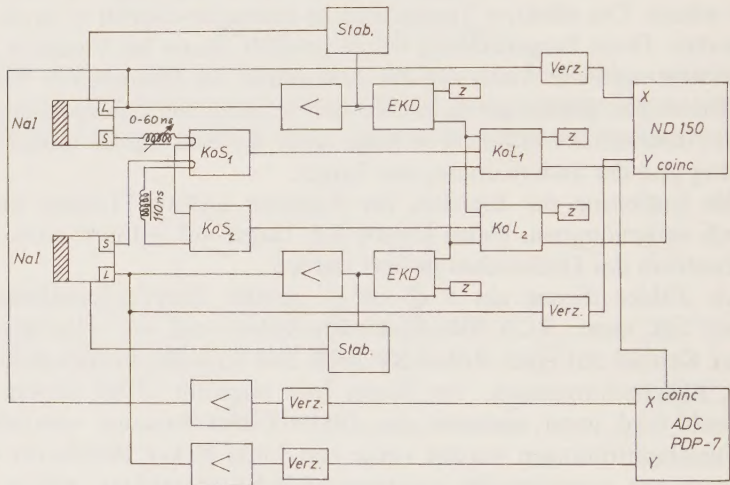


Fig. 2. Blockschaltbild der Elektronik. $KoS_{1,2}$ schnelle Koinzidenzen (17 ns); $KoL_{1,2}$ langsame Koinzidenzen (1 μ s); EKD Einkanaldiskriminatoren; Stab. Stabilisierung der Multiplier-Hochspannung; Verz. variable Verzögerungsleitungen (μ s-Bereich); Z Impulszähler; L energieproportionale Multiplierausgänge; S Limiter-Ausgänge

Das Auflösungsvermögen der schnellen Koinzidenzen beträgt 17 ns, das der langsamen 1 μ s. Die Gesamtkoinzidenzen werden mit dem Computer PDP-7 zweidimensional mit einer Auflösung von 512×512 Kanälen spektroskopiert. Die Auswertung erfolgt „on line“. Die zufälligen Koinzidenzen werden mit einem Vielkanalanalysator ND 150 ebenfalls zweidimensional mit einer Auflösung von 32×32 Kanälen analysiert. Bei einem Teil der Messungen sind die Zähler mit Spektrum-Stabilisatoren der Fa. Baird Atomic über Zusatzspannungen zu den Multiplier-Hochspannungen stabilisiert worden.

Der Ausgang des Monitorzählers ist über einen Verstärker mit einem Einkanaldiskriminator und einem Impulszähler verbunden. Bei den Messungen wurde die intensitätsreichste Linie des Spektrums ausgeblendet und die Zählrate unter dieser Linie zur Normierung verwendet. Dieser Zähler, die vier Zähler, welche die Einzelzählraten und die integralen Koinzidenzzählraten registrieren, der Zähler, welcher den Targetstrom digital registriert, der Vielkanalanalysator und der Computer können gemeinsam gestartet und gestoppt werden. Im Blockschaltbild ist das nicht eingezeichnet.

Die Stabilität der Elektronik wurde unter Verwendung eines Vielkanalanalysators ND 180 laufend kontrolliert. Eine Untersuchung möglicher Koinzidenzverluste in der Elektronik mit der Vernichtungsstrahlung von Na^{22} ergab, daß Verluste für γ -Energien größer als 300 keV unwahrscheinlich sind.

3.3. Targetherstellung

Zur Targetherstellung wurde angereichertes Fe_2O_3 verwendet, welches 99,93 % Fe^{56} enthielt. Als Backing diente 0,1 mm dickes Tantalblech. In ihm werden die Protonen vollständig abgebremst. Die Targets wurden durch Sedimentation hergestellt. Dazu wurde das fein pulverisierte Fe_2O_3 in Azeton aufgeschwemmt und mit einer sehr kleinen Menge eines Kohlenwasserstoffe enthaltenden Bindemittels versetzt. Nach dem Absetzen des Fe_2O_3 auf dem Backing und der Verdunstung des Azetons haftete die Targetsubstanz fest auf der Unterlage.

Für die Messung der Tripelkorrelation bei einer Protonenenergie von $E_p=4,9$ MeV wurde ein Target von $\approx 1,0$ mg/cm² Fe^{56} verwendet, für die Messungen bei $E_p=5,5$ MeV ein Target mit $\approx 1,6$ mg/cm² Fe^{56} . Jedes Target enthielt ca. 0,2 mg/cm² Bindemittel, wie durch Blindversuche ermittelt wurde.

3.4. Die Zählerstellungen

Die verwendeten Zählerstellungen sind in Fig. 3 skizziert:

Fig. 3a. Der eine Zähler steht fest bei $\Theta_1=90^\circ$, der andere durchläuft $\Theta_2=0^\circ\ldots 90^\circ$ in Schritten von 15° . Die X -Funktionen, Gl. (3), sind hier symmetrisch zu 0° und 90° . Deshalb beschränkten wir uns auf den angegebenen Winkelbereich für Θ_2 . Der Winkel φ hat hier den Wert 180° .

Fig. 3b. Der eine Zähler steht bei $\Theta_1=60^\circ$, der andere durchläuft $\Theta_2=-10^\circ\ldots 130^\circ$. Die X -Funktionen sind hier nicht symmetrisch um 0° und 90° . Der Winkel φ beträgt in diesem Fall 0° bzw. 180° .

Fig. 3c. Der eine Zähler steht senkrecht über der Targetkammer, der andere variiert seine Stellung von 0° bis 90° . Die X -Funktionen sind symmetrisch um 0° und 90° und es gilt $\varphi=90^\circ$.

Fig. 3d. Der eine Zähler steht in Strahlrichtung, der andere nähert sich diesem Zähler, von 90° ausgehend, soweit es der experimentelle Aufbau erlaubt. Bei unserem Aufbau war eine Annäherung bis auf 50° möglich.

Bei der zweidimensionalen Spektroskopie erhält man bei jeder der Zählerstellungen die Koinzidenzzählraten von zwei Winkeltripeln $(\theta_1, \theta_2, \varphi)$ und $(\theta_2, \theta_1, \varphi)$, weil jeder der Zähler sowohl die Quanten γ_1 als auch γ_2 registriert.

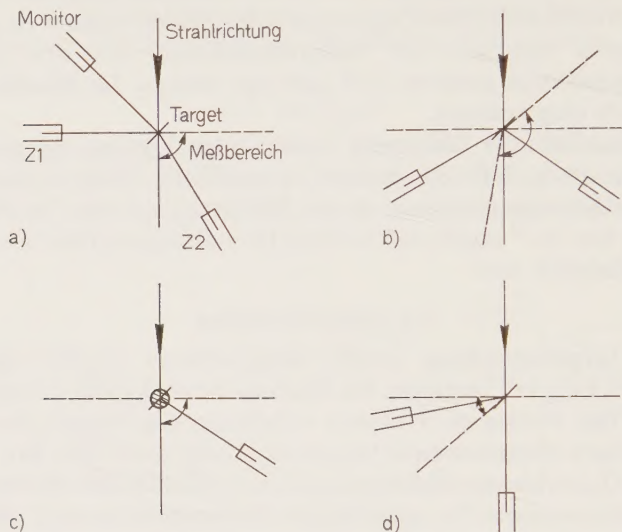


Fig. 3. Die verwendeten Zählerstellungen. Z1 fester Zähler; Z2 beweglicher Zähler. Das Target ist auch um die horizontale Achse um 45° gedreht (nicht gezeichnet)

- a) $\theta_{Z1} = 90^\circ$, $\theta_{Z2} = 0^\circ \dots 90^\circ$, $\varphi = 180^\circ$
- b) $\theta_{Z1} = 60^\circ$, $\theta_{Z2} = -10^\circ \dots 130^\circ$, $\varphi = 180^\circ$
- c) $\theta_{Z1} = 90^\circ$, $\theta_{Z2} = 0^\circ \dots 90^\circ$, $\varphi = 90^\circ$, Z1 steht über der Targetkammer
- d) $\theta_{Z1} = 50^\circ \dots 90^\circ$, $\theta_{Z2} = 0^\circ$ (fest), $\varphi = \text{undefiniert}$

4. Durchführung der Messungen

4.1. γ -Spektren und Winkelverteilungen

In der vorliegenden Arbeit untersuchten wir die vom 2. und 3. angeregten Niveau des Fe^{56} ausgehenden γ -Strahlungen. Die vom 2,085 MeV-Niveau ausgehende Kaskade soll im folgenden mit Kaskade I bezeichnet werden, die vom 2,654 MeV-Niveau ausgehende Kaskade mit II. Beide Niveaus gehen über das 0,847 MeV-Niveau in den Grundzustand über, wie Fig. 4 zeigt. Die Energien dieses Niveauschemas sind aus Ref. ⁶ entnommen.

⁶ HINRICHSSEN, P.F., M.H. SHAPIRO, and D.M. VAN PATER: Nuclear Phys. A **101**, 81 (1967).

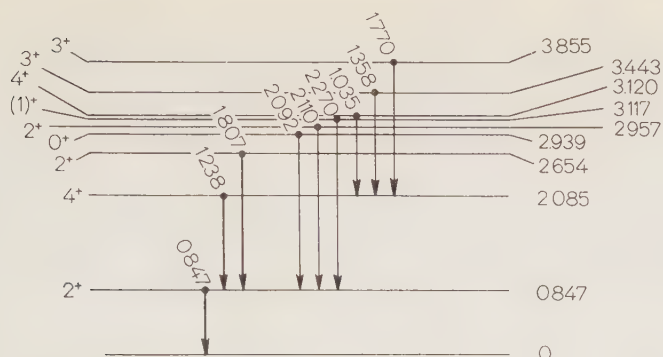


Fig. 4. Niveauschema des Fe^{56} , entnommen aus HINRICHSSEN et al.⁶. Es sind nur die in der vorliegenden Arbeit auftretenden Niveaus und Übergänge eingezeichnet. Kaskade I (1,238/0,847 MeV) und Kaskade II (1,807/0,847 MeV) sind hervorgehoben

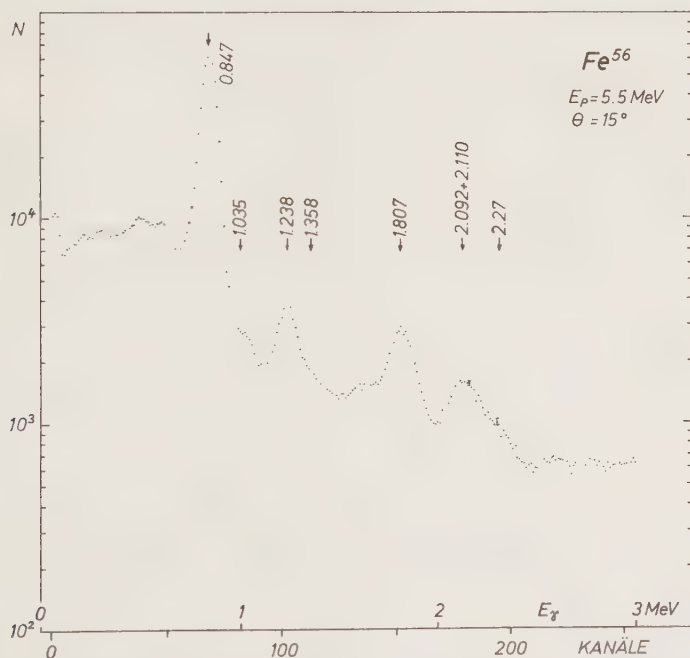


Fig. 5. γ -Spektrum, aufgenommen bei $E_p = 5,5$ MeV, mit dem $5'' \times 4\frac{1}{2}''$ -Szintillationskristall unter einem Winkel $\Theta = 15^\circ$ zur Strahlrichtung

Zunächst wurden γ -Spektren in Abhängigkeit von der Protonenenergie aufgenommen. Bei der Untersuchung von Kaskade I wurde $E_p = 4,9$ MeV gewählt, weil bei dieser Energie die vom 2. angeregten

Niveau ausgehende 1,238 MeV-Linie ungefähr um den Faktor 1,6 intensiver ist als die vom 3. angeregten Niveau ausgehende 1,807 MeV-Linie. Dieses Verhältnis sollte möglichst groß sein, weil bei der Auswertung der Koinzidenzspektren der Comptonanteil der 1,807 MeV-Linie vom Photopeak der 1,238 MeV-Linie subtrahiert werden muß. Bei der Messung der Kaskade II wurde $E_p = 5,5$ MeV gewählt. Hier liegt das Verhältnis der Intensitäten bei 1,2. Fig. 5 zeigt ein γ -Spektrum, welches bei dieser Energie erhalten wurde. Die intensitätsreichste Linie bei 0,847 MeV wurde bei allen folgenden Messungen zur Normierung herangezogen.

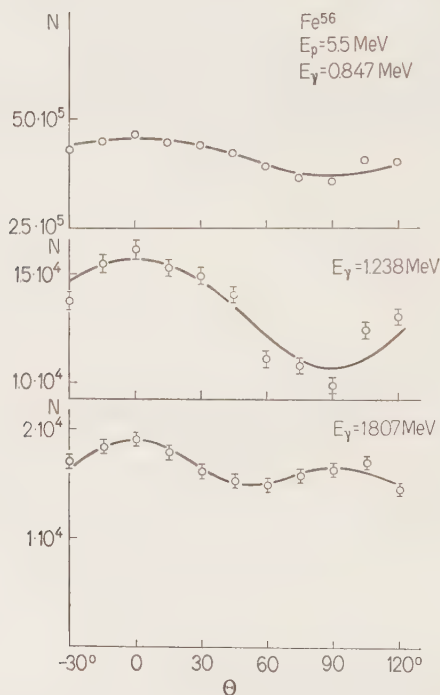


Fig. 6. Winkelverteilungen, bei $E_p = 5,5$ MeV aufgenommen

Die γ -Spektren wurden bei $E_p = 5,5$ MeV in Abhängigkeit vom Winkel θ zur Strahlrichtung von $\theta = -30^\circ \dots 120^\circ$ in Schritten von 15° aufgenommen. Nach Subtraktion des Nulleffektes und der Comptonanteile, welche von höherenergetischen Linien stammen, wurde über die Photopeaks bei 0,847, 1,238 und 1,807 MeV integriert. Die sich ergebenden Winkelverteilungen sind in Fig. 6 mit den nach Gl. (4) gefitteten Kurven eingezeichnet.

4.2. Die Tripelkorrelationen

Zur Aufnahme und on-line-Analyse der Koinzidenzspektren wurde der Computer PDP-7 eingesetzt. Das verwendete Rechenmaschinenprogramm wurde von CUNO⁷ aufgestellt. Wie oben erwähnt, werden bei der zweidimensionalen Analyse zwei Winkeltripel gleichzeitig gemessen. Deshalb werden mit den in Abschnitt 3.4 und Fig. 3 erläuterten 25 Zählerstellungen 47 verschiedene Winkeltripel erfaßt. Bei diesem Verfahren können außerdem die Koinzidenzzählraten mehrerer Kaskaden gleichzeitig ausgewertet werden, so daß gegenüber einer eindimensionalen Analyse die Beschleunigerzeiten besser ausgenützt werden.

Die Rechenmaschine besitzt einen 8 K-Kernspeicher. Deshalb stehen rund 6000 Plätze für die Speicherung der koinzidenten Ereignisse zur Verfügung. Das zweidimensionale Spektrum mit einer Auflösung von 512×512 Kanälen wird am Oszillographenschirm der Maschine so dargestellt, daß jeder besetzte Matrixplatz durch einen leuchtenden Punkt gekennzeichnet wird. Es bilden sich an den Stellen, wo sich koinzidente Ereignisse häufen, leuchtende „Inseln“. Bei der Auswertung, die ebenfalls in der Maschine vorgenommen wird, muß über diese „Inseln“, welche die Photopeaks repräsentieren, integriert werden. Durch Eingabe der entsprechenden Befehle können Teilmatrizen eingegrenzt und deren Inhalte aufsummiert werden. Das Programm sieht ferner die Möglichkeit vor, sog. „slices“ am Oszillographenschirm darzustellen und auszudrucken. Dabei wird der Inhalt einzelner Zeilen oder Spalten einer Teilmatrix aufsummiert. Beispiele dafür sind in Fig. 7a und b dargestellt.

Bei $E_p = 4,9$ MeV wurden nur die Photopeaks der Kaskade I ausgewertet. Dabei wurden die in Fig. 8a–c eingezeichneten 39 Meßpunkte erhalten. Bei $E_p = 5,5$ MeV wurden die zu den Kaskaden I und II gehörenden koinzidenten Ereignisse ausgewertet, wobei jeweils 47 Meßpunkte erhalten wurden (Fig. 9a–c für Kaskade I, Fig. 10a–c für Kaskade II). Die eingezeichneten statistischen Fehler entstanden durch Subtraktion der zufälligen Koinzidenzen und des Untergrundes, der von den Comptonverteilungen höherenergetischen Linien stammt. Letzterer wurde in der Weise ermittelt, daß anschließend an die den Photopeak eingrenzende Teilmatrix am hochenergetischen Ende über eine Teilmatrix integriert wurde. Deren Inhalt wurde auf die Photopeak-Matrix normiert.

Bei $E_p = 5,5$ MeV und Kaskade I entfielen bei manchen Winkeltripeln bis zu 2/3 der Gesamtkoinzidenzen auf den Untergrund, bei $E_p = 4,9$ MeV maximal die Hälfte. Für die Kaskade II war dieser Anteil kleiner als 50%. Der Anteil der zufälligen Koinzidenzen war mit 10%

⁷ CUNO, H.H.: Verhandl. DPG (VI) 3, 303 (1968).

relativ gering. Die Auswertung der Matrix der zufälligen Koinzidenzen wurde in ähnlicher Weise wie die der Gesamtkoinzidenzen durch Summation über Teilmatrizen vorgenommen. Eine Messung des Koinzidenz-Nulleffekts (ohne Strahl) zeigte einen vernachlässigbar kleinen Beitrag.

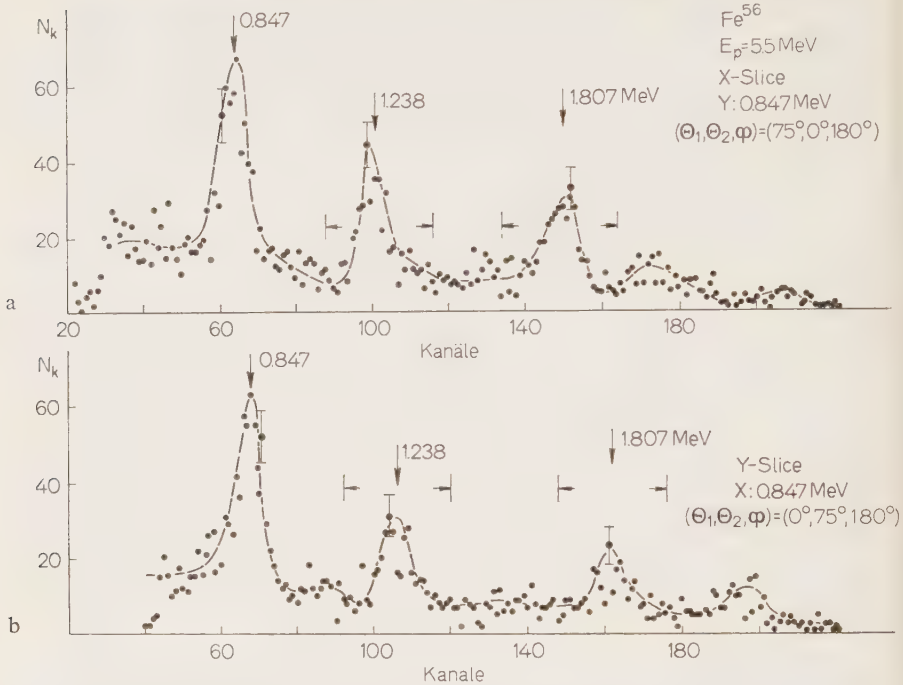


Fig. 7 a u. b. Spektren, in Koinzidenz mit der 0,847 MeV-Linie. Sie wurden als sog. „slices“ aus der Koinzidenz-Matrix gewonnen. Die Pfeile geben die Summationsgrenzen bei der Auswertung an

Die Messung bei $E_p = 4,9$ MeV wurde in ca. 3×24 Std durchgeführt, die bei $E_p = 5,5$ MeV in ca. 4×24 Std. Bei letzterer wurde bei jeder Zählerstellung zweimal gemessen. Beide Meßreihen wurden jeweils ohne zeitliche Unterbrechung mit denselben Einstellungen der Elektronik und denselben Normierungen durchgeführt. Damit vermieden wir eine Anpassung verschiedener Gruppen von Meßwerten aneinander. Solche Anpassungen können bei der weiteren Auswertung zu fehlerhaften Ergebnissen führen (vgl. Abschnitt 5.3).

Der Targetstrom betrug bei $E_p = 4,9$ MeV 60–70 nA, bei $E_p = 5,5$ MeV 30–40 nA. Eine Linienverbreiterung durch „pile-up“ konnte bei diesen Stromstärken an den freien γ -Spektren noch nicht festgestellt werden.

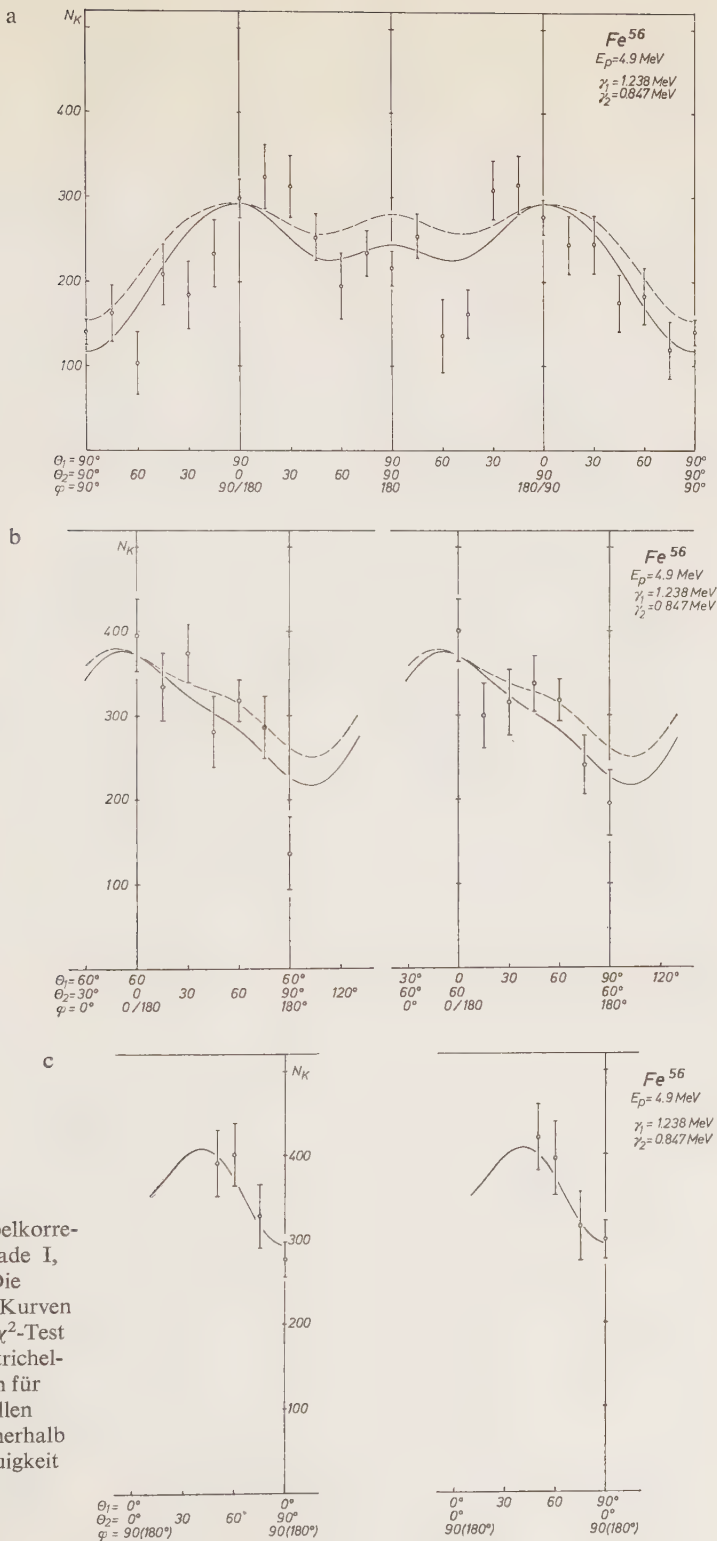


Fig. 8 a—c. Tripelkorrelation der Kaskade I, $E_p = 4.9 \text{ MeV}$. Die durchgezogenen Kurven wurden aus dem χ^2 -Test erhalten. Die gestrichelten Kurven gelten für $P(4) = 0$. Bei c fallen beide Kurven innerhalb der Zeichengenauigkeit zusammen

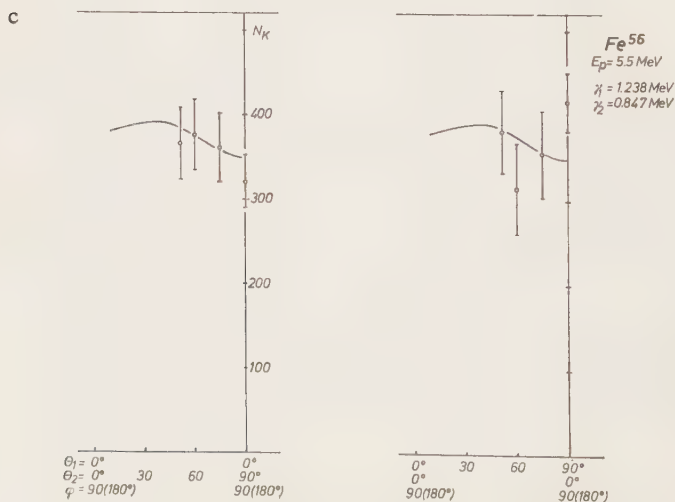
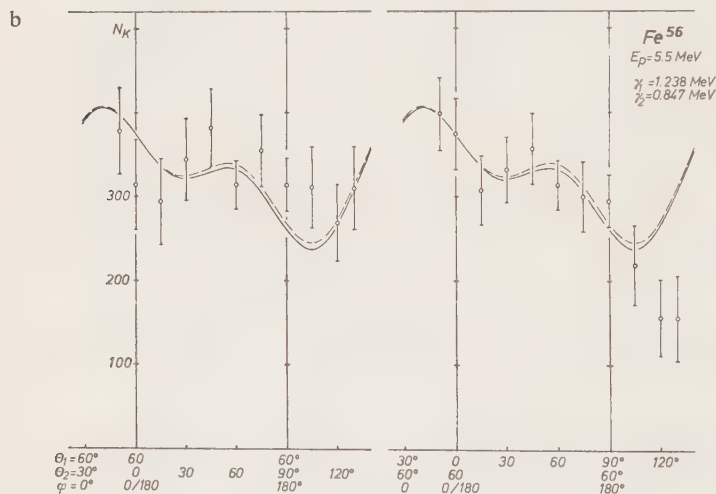
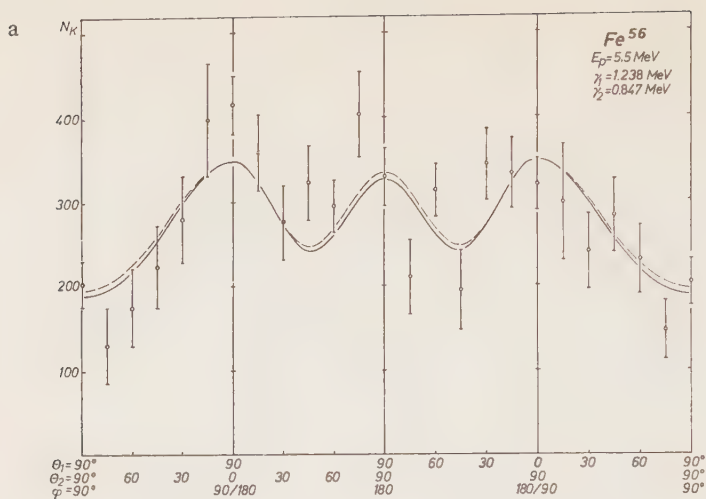


Fig. 9 a—c. Tripelkorrelation der Kaskade I, $E_p = 5,5 \text{ MeV}$. Bedeutung der Kurven wie in Fig. 8

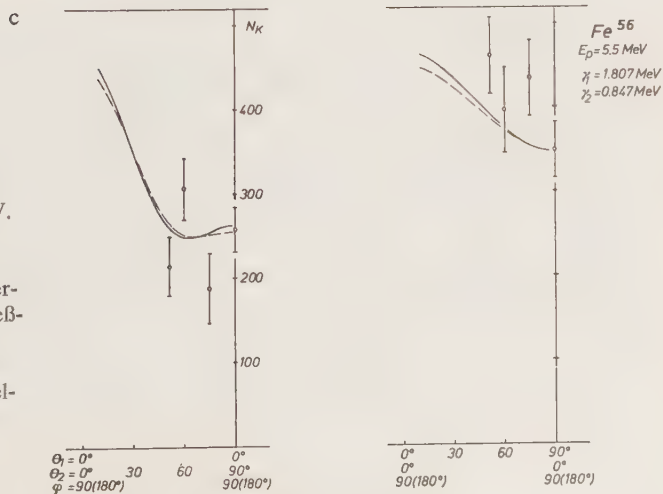
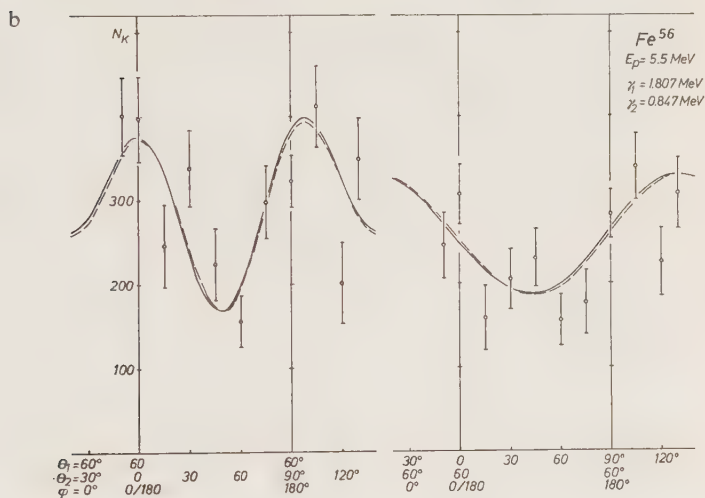
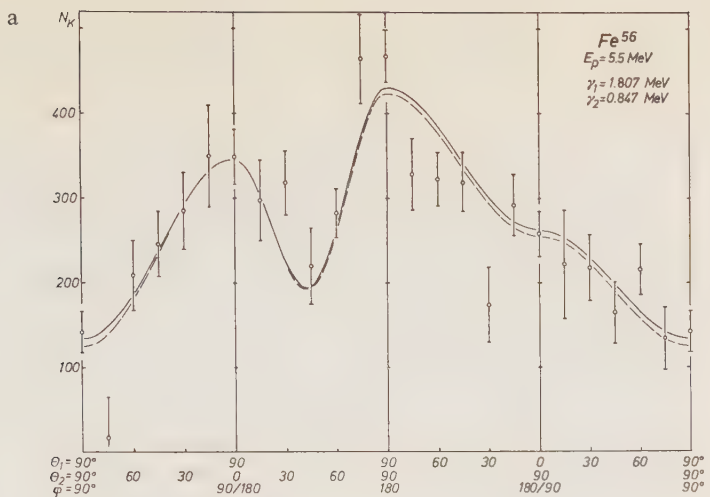


Fig. 10 a—c. Tripelkorrelation der Kaskade II, $E_p = 5,5 \text{ MeV}$. Die durchgezogenen Kurven wurden aus dem χ^2 -Test unter Vernachlässigung der Meßpunkte ($90^\circ, 75^\circ, 90^\circ$) und ($30^\circ, 90^\circ, 180^\circ$) erhalten. Die gestrichelten Kurven gelten für alle Meßpunkte

5. Auswertung und Ergebnisse

5.1. Prinzip der Auswertung

Zur Auswertung der erhaltenen Meßwerte werden diese nach der Methode des χ^2 -Tests mit der theoretischen Korrelationsfunktion Gl. (1) gefittet, wobei die statistischen Tensorparameter $\rho_{k_a 0}(aa)$ durch die Besetzungswahrscheinlichkeiten $P(\alpha)$ ersetzt werden. Die unbekannten Größen in Gl. (1) sind somit die Spinkombination (a, b, c) der am Übergang beteiligten Niveaus, die $P(\alpha)$ und die Mischungsverhältnisse δ_1 und δ_2 . In unserem Fall tritt δ_2 in Gl. (1) nicht auf, weil von Messungen anderer Autoren (s. Abschnitt 6) bekannt ist, daß der Übergang $b \rightarrow c$ vom 1. angeregten zum Grundzustand mit $2^+ \rightarrow 0^+$ ein reiner Quadrupolübergang ist.

Das Rechenmaschinenprogramm, das zur Auswertung geschrieben wurde⁸, arbeitet folgendermaßen: Die zu einer vorgegebenen Spinkombination (a, b, c) gehörenden Koeffizienten $C_{k_1 k_2}^{\kappa}$ werden aus der entsprechenden Tabelle⁵ entnommen. Das Mischungsverhältnis δ_1 wird so variiert, daß man $\delta_1 = \tan \alpha$ setzt und α in äquidistanten Schritten von $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ variiert. Das Programm berechnet dann die Kurven $\chi^2(\delta_1)$, wobei bei festen Spins b und c der Spin a Kurvenscharparameter ist. Die Besetzungswahrscheinlichkeiten werden für jeden Punkt der Kurven berechnet. Für die gemessenen Korrelationen wurde Spin a von 0 bis 4 variiert. Das absolute Minimum für alle Kurven der Schar ergibt den gesuchten Spin a , das Mischungsverhältnis δ_1 und die Besetzungswahrscheinlichkeiten $P(\alpha)$. Letztere müssen aus physikalischen Gründen die Bedingungen $P(\alpha) \geq 0$ erfüllen. Das absolute Minimum $\chi_{\min}^2$ der Kurvenschar muß außerdem der Bedingung genügen, daß es mindestens die 0,1 %-Vertrauensgrenze unterschreitet. Nur wenn beide Bedingungen erfüllt sind, darf der entsprechende Spin a dem untersuchten Niveau zugeordnet werden.

Das Verfahren der Variation von δ_1 hat den Vorteil, daß dadurch die Tripelkorrelationsfunktion eine lineare Funktion der $P(\alpha)$ wird. Man vermeidet somit ein Iterationsverfahren zur Bestimmung von $\chi_{\min}^2$. Bei einem solchen Verfahren müßte man Anfangswerte nahe bei dem unbekannten $\chi_{\min}^2$ kennen, um nicht Gefahr zu laufen, in eines der vielen Nebenminima der Kurven zu geraten. Außerdem kann nach FERGUSON² in der Nähe von Minima die Normalmatrix des χ^2 -Tests singulär werden und damit die Konvergenz eines Iterationsverfahrens in Frage gestellt werden.

Die Winkelverteilungen werden in analoger Weise mit Gl. (4), jedoch unter Verwendung statistischer Tensorparameter, gefittet.

⁸ KREISCHE, W., W. LAMPERT, and G. LOOS: Nuclear Instr. Meth. (in Vorbereitung).

5.2. Die Tripelkorrelationen

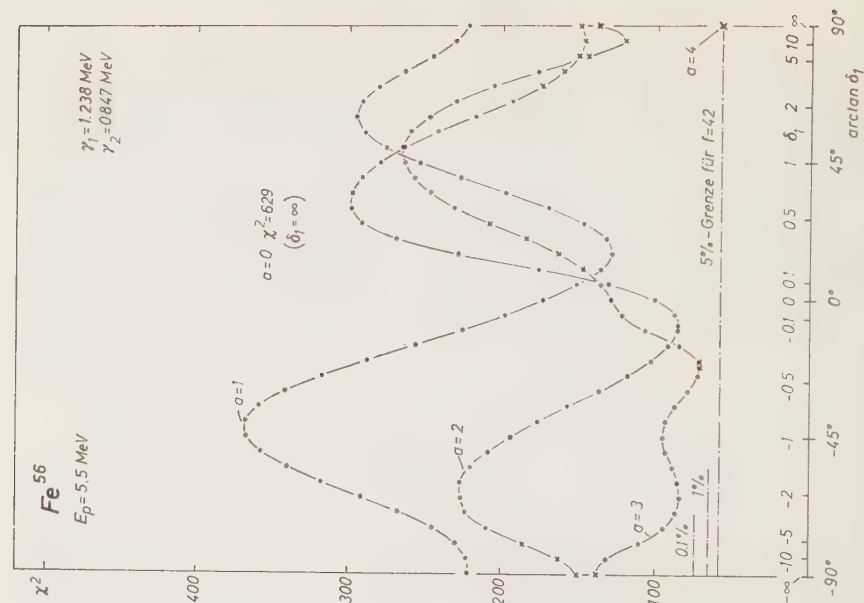
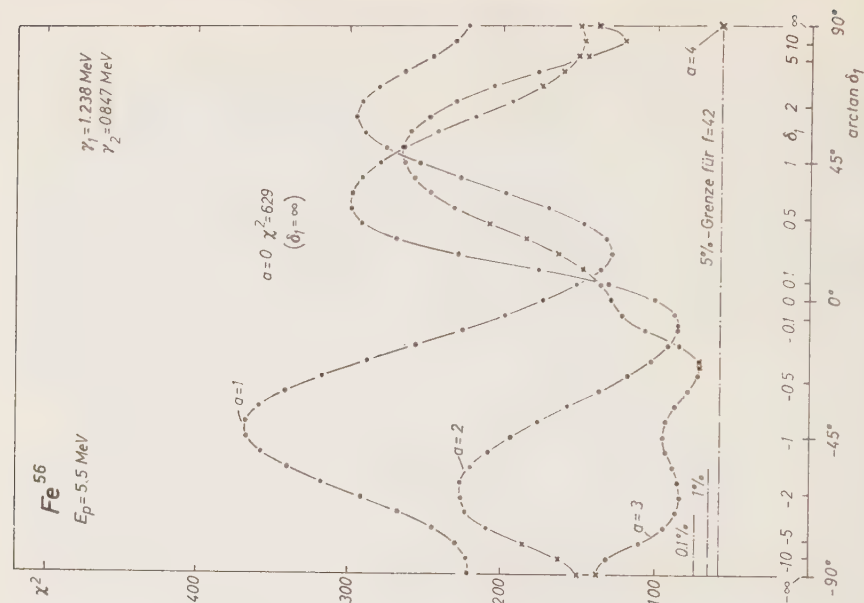
a) *Kaskade I*, $E_p = 4,9\text{ MeV}$. In Fig. 11 ist das Ergebnis der Auswertung für die Messung an Kaskade I bei $E_p = 4,9\text{ MeV}$ dargestellt. Man erkennt, daß $\chi^2_{\min} = 46,4$ bei $a = 4$ liegt. In Tabelle 1 sind die zugehörigen relativen Besetzungswahrscheinlichkeiten $P(\alpha)/P(0)$ eingetragen, die entsprechenden relativen statistischen Tensorparameter ρ_{ka0}/ρ_{00} und das Mischungsverhältnis δ_1 , welches zum absoluten Minimum von χ^2 gehört. Die üblichen statistischen Vertrauensgrenzen wurden aus VAN DER WAERDEN⁹ entnommen. $\chi^2_{\min}$ liegt bei dieser Messung an der 5%-Grenze. $P(4)/P(0)$ ist allerdings negativ, jedoch mit einem Fehler von rund 40% behaftet. Man kann deswegen annehmen, daß $P(4) = 0$ ist. Setzt man mit dem Rechenmaschinenprogramm $P(4) = 0$, so erhöht sich das kleinste χ^2 auf $\chi^2_{\min} = 73,1$.

Dem $\chi^2_{\min}$ am nächsten kommt das Minimum für die Werte $a = 3$, $\delta_1 = -0,42$ und $\chi^2 = 66,1$. An dieser Stelle wird $P(3)$ negativ. Setzt man $P(3) = 0$, so wächst das χ^2 auf $\chi^2 = 80,9$ an. Der Spin $a = 4$ wird somit unter der Annahme $P(4) = 0$ bestätigt. Das hohe χ^2 beim Nullsetzen von $P(4)$ stört nicht zu sehr, wenn man berücksichtigt, daß die anderen $P(\alpha)$ bei dieser Prozedur festgehalten werden. In Fig. 8a–c ist die zu $\chi^2_{\min}$ gehörende gefittete Tripelkorrelationsfunktion zusammen mit der Funktion für $P(4) = 0$ (gestrichelt gezeichnet) eingetragen.

b) *Kaskade I*, $E_p = 5,5\text{ MeV}$. Die Messung an demselben Niveau bei einer höheren Protonenenergie von $E_p = 5,5\text{ MeV}$ wurde vor allem durchgeführt, um das Ergebnis bei $E_p = 4,9\text{ MeV}$ zu sichern und das Verhalten der $P(\alpha)$ bzw. $\rho_{ka0}(aa)$ bei Variation der Protonenenergie zu studieren. Wie Fig. 12 zeigt, tritt $\chi^2_{\min} = 57,5$ wieder bei $a = 4$ auf und liegt an der 5%-Grenze, wie aus Tabelle 1 zu entnehmen ist. $P(4)$ ist negativ, jedoch fünfzigmal kleiner als $P(0)$ und mit einem so großen Fehler behaftet, daß $P(4)$ hier sicher als Null angesehen werden darf. Eine Bestätigung dafür erhält man, wenn man $P(4) = 0$ setzt. $\chi^2_{\min}$ erhöht sich dann nur geringfügig auf $\chi^2 = 58,2$.

Das dem $\chi^2_{\min}$ am nächsten liegenden $\chi^2 = 71,0$ wird der Kurve mit Spin $a = 3$ und $\delta_1 = -0,40$ zugeordnet. Das an dieser Stelle ermittelte $P(3)$ ist sehr klein und negativ. Der Spin $a = 4$ des untersuchten Niveaus darf somit als gesichert angesehen werden. In Fig. 9a–c sind wieder die bei $\chi^2_{\min}$ gefitteten Kurven eingezeichnet. Die Kurven in Fig. 8 und 9 sind symmetrisch bei Vertauschung von Θ_1 mit Θ_2 , weil die Tripelkorrelation bei den bei der Spinkombination $(a, b, c) = (4, 2, 0)$ vorliegenden reinen Quadrupol-Übergängen (bei Vernachlässigung höherer Multipolaritäten) dagegen invariant ist.

⁹ VAN DER WAERDEN, B.L.: Mathematische Statistik. Berlin-Göttingen-Heidelberg: Springer 1957.

Fig. 11. χ^2 -Test der Messungen Fig. 8Fig. 12. χ^2 -Test der Messungen Fig. 9

Vergleicht man die bei den beiden Protonenenergien erhaltenen Besetzungswahrscheinlichkeiten in Fig. 14, so fällt auf, daß die $P(2)/P(0)$ praktisch gleich groß und in beiden Fällen kleiner als $P(3)/P(0)$ sind. Das Unterniveau mit $\alpha=4$ muß in beiden Fällen als unbesetzt betrachtet werden. Es werden also bei der Besetzung des Niveaus bei 2,085 MeV die Unterniveaus $\alpha=0, 1$ und 3 bevorzugt. Aus Tabelle 1 ist zu entnehmen, daß bei $E_p=4,9$ MeV $\rho_{80}/\rho_{00}\approx 0$ ist, während dieser Parameter bei $E_p=5,5$ MeV stark angewachsen ist.

c) *Kaskade II*, $E_p=5,5$ MeV. Bei der Auswertung der 47 Meßpunkte dieser Messung erhielt man das $\chi^2_{\min}=86,5$ bei $a=2$ und $\delta_1=0,20$. Das diesem Wert am nächsten kommende $\chi^2=153,1$ lag bei $a=3$ und $\delta_1=-0,36$. Dies ließ vermuten, daß für das 3. angeregte Niveau der Spin $a=2$ vorliegt. Das $\chi^2_{\min}$ überschreitet allerdings die 0,1%-Grenze. Bei der Suche nach dem Fehler für den zu großen Wert von $\chi^2_{\min}$ zeigte sich, daß der Untergrund bei den Tripeln ($90^\circ, 75^\circ, 90^\circ$) und ($30^\circ, 90^\circ, 180^\circ$) außergewöhnlich hoch war, die Meßpunkte deshalb im Vergleich zu den anderen zu niedrig lagen. Wahrscheinlich lag eine Störung während des Experiments vor.

Bei einer zweiten Auswertung wurden diese Punkte deshalb weggelassen. Das $\chi^2_{\min}$ sank darauf unter die 0,1%-Grenze. Die $P(\alpha)$, ρ_{k0} und das δ_1 änderten sich gegenüber der ersten Auswertung nicht, wie Tabelle 1 zeigt. Die χ^2 -Kurven für die Auswertung der 45 Meßpunkte sind in Fig. 13 zu sehen. Die Kurven für 47 Meßpunkte zeigen einen analogen Verlauf, sie sind nur alle zu höheren χ^2 -Werten verschoben. Wir erhalten also für den Spin des Niveaus bei 2,654 MeV $a=2$ mit dem Mischungsverhältnis $\delta_1=E_2/M_1=0,20\pm 0,02$.

In Fig. 10a–c sind die gefitteten Korrelationskurven für 47 und 45 Meßpunkte eingezeichnet. Die Fig. 14 zeigt überwiegende Besetzung des Unterniveaus $\alpha=0$ an.

d) *Fehlerquellen*. Bei der Auswertung der Tripelkorrelationsmessungen wurden folgende mögliche Fehlerquellen untersucht:

1. Der Untergrund, welcher von höherenergetischen Linien stammt, zeigt im allgemeinen ebenfalls eine Winkelabhängigkeit. Diese muß sorgfältig berücksichtigt werden.

2. Eine Anpassung verschiedener Gruppen von Meßwerten aneinander muß vermieden werden. Versuche dazu an Kaskade I, $E_p=5,5$ MeV, zeigten, daß bei Anpassung eine Unterscheidung zwischen Spin $a=3$ und $a=4$ unmöglich wird.

3. Die $\chi^2(\delta_1)$ -Kurven sind um so ausgeprägter, je mehr Meßpunkte zur Verfügung stehen. Wertet man nur diejenigen Meßpunkte aus, welche man erhält, wenn γ_1 nur im jeweils festen Zähler nachgewiesen

Tabelle 1. Ergebnisse der Auswertung der Tripelkorrelationen und der Winkelverteilungen

	Tripelkorrelationen				Winkelverteilungen		
	Kaskade I		I	II	II	zu I, II	zu I
Niveau a (MeV)	2,085		2,085	2,654	2,654	0,847	2,085
E_p in MeV	4,9		5,5	5,5	5,5	5,5	5,5
Spinfolge	(4, 2, 0)		(4, 2, 0)	(2, 2, 0)	(2, 2, 0)	(2, 0)	(4, 2)
Anzahl der Meßpunkte	39		47	47	45	11	11
$P(1)/P(0)$	$0,616 \pm 0,093$		$0,415 \pm 0,081$	$0,350 \pm 0,065$	$0,329 \pm 0,060$	$0,849 \pm 0,003$	
$P(2)/P(0)$	$0,099 \pm 0,145$		$0,110 \pm 0,135$	$0,147 \pm 0,070$	$0,183 \pm 0,069$	$0,526 \pm 0,006$	
$P(3)/P(0)$	$0,335 \pm 0,114$		$0,452 \pm 0,116$	—	—	—	
$P(4)/P(0)$	$-0,125 \pm 0,051$		$-0,023 \pm 0,050$	—	—	—	
ρ_{20}/ρ_{00}	$-0,895 \pm 0,072$		$-0,604 \pm 0,089$	$-0,634 \pm 0,127$	$-0,568 \pm 0,120$	$-0,254 \pm 0,002$	$-0,624 \pm 0,039$
ρ_{40}/ρ_{00}	$0,220 \pm 0,105$		$0,079 \pm 0,117$	$0,468 \pm 0,096$	$0,492 \pm 0,090$	$0,019 \pm 0,002$	$0,089 \pm 0,075$
ρ_{60}/ρ_{00}	$-0,635 \pm 0,280$		$-0,693 \pm 0,239$	—	—	—	
ρ_{80}/ρ_{00}	$0,008 \pm 0,103$		$0,204 \pm 0,108$	—	—	—	
δ_1	∞		∞	$0,20^{+0,07}_{-0,02}$	$0,20^{+0,02}_{-0,02}$	∞	∞
$\chi^2_{\min}$	46,4		57,5	$86,5^{+2,9}_{+0,9}$	$72,1^{+0,4}_{+0,3}$	2056	55,8
Freiheitsgrad f	34		42	44	42	8	8
5 %-Grenze	48,6		58,1	60,5	58,1	15,5	15,5
1 %-Grenze	56,1		66,2	68,7	66,2	20,1	20,1
0,1 %-Grenze	65,2		76,1	78,7	76,1	26,1	26,1

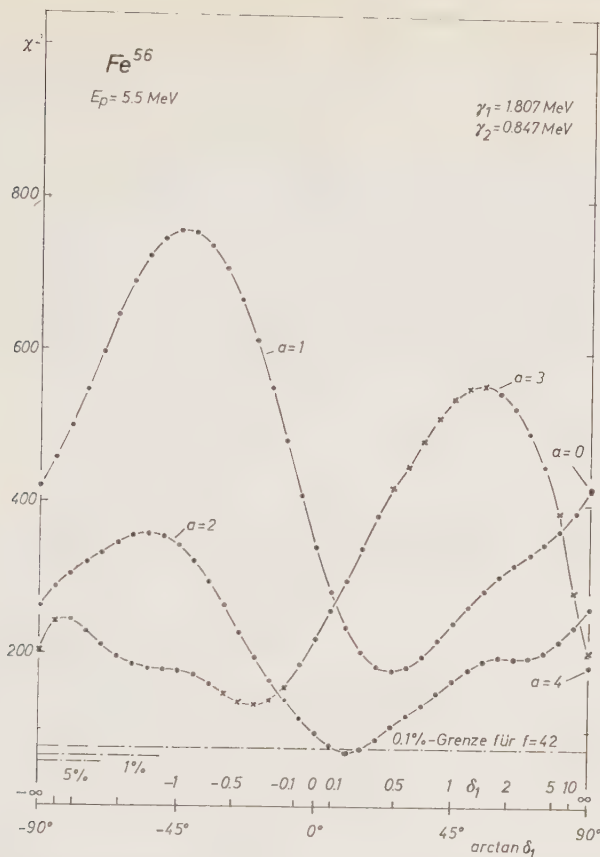


Fig. 13. χ^2 -Test der Messungen Fig. 10. Die beiden dort angegebenen Meßpunkte wurden nicht berücksichtigt

wird, so kann nicht mehr zwischen Spin $a=3$ und $a=4$ unterschieden werden. Das wurde bei der Untersuchung der Kaskade I bei $E_p=5,5$ MeV festgestellt.

5.3. Die Winkelverteilungen

a) Der 0,847 MeV-Übergang. Die gemessenen Winkelverteilungen Fig. 6 wurden mit Gl. (4) gefittet, wobei das Mischungsverhältnis δ variiert wurde, um die Gleichung zu linearisieren. Bei der Rechnung wurden außerdem die Legendre-Koeffizienten a_2/a_0 und a_4/a_0 ermittelt, weil Gl. (4) auch in der Form

$$W(\Theta) = a_0 P_0(\cos \Theta) + a_2 P_2(\cos \Theta) + a_4 P_4(\cos \Theta) \quad (5)$$

geschrieben werden kann.

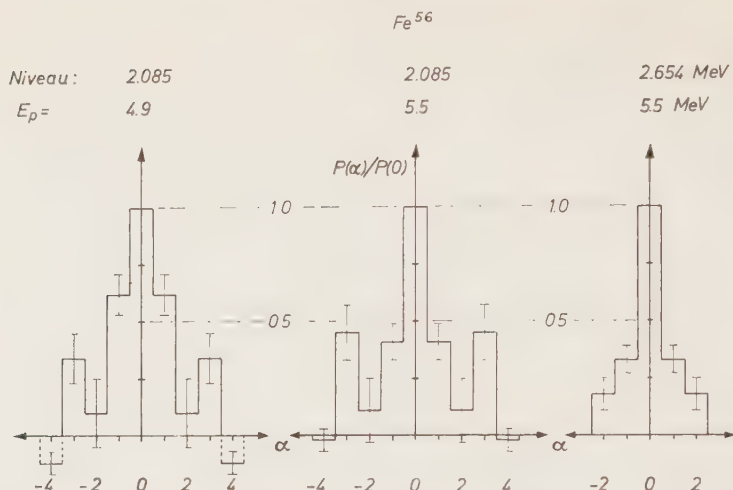


Fig. 14. Darstellung der relativen Besetzungswahrscheinlichkeiten, die aus den absoluten Minima der χ^2 -Tests in Fig. 11, 12 und 13 folgen

Die gemessene Verteilung wurde unter den Annahmen für die Spins des Ausgangs- und Endniveaus von $1 \rightarrow 0$ und $2 \rightarrow 0$ gefittet. Die zweite Spinkombination ergab ein kleineres χ^2 als die erste. Der Absolutwert ist jedoch sehr groß, weil die Meßwerte trotz der kleinen statistischen Fehler fluktuieren. Die ρ_{k0} , welche für die Spinkombination $2 \rightarrow 0$ erhalten wurden, wurden in Besetzungswahrscheinlichkeiten $P(\alpha)$ umgerechnet. Sie zeigen alle positive, also physikalisch sinnvolle Werte, wie aus Tabelle 1 zu entnehmen ist. In Tabelle 2 sind die erhaltenen Legendrekoeffizienten aufgeführt.

Tabelle 2. Normierte Legendrekoeffizienten der Winkelverteilungen

Energie des Übergangs in MeV	0,847	1,238	1,807
Spins	$2^+ \rightarrow 0^+$	$4^+ \rightarrow 2^+$	$2^+ \rightarrow 2^+$
a_2/a_0	$0,150 \pm 0,001$	$0,275 \pm 0,017$	$0,036 \pm 0,012$
a_4/a_0	$-0,019 \pm 0,002$	$-0,026 \pm 0,022$	$0,159 \pm 0,016$

b) Der 1,238 MeV-Übergang. Die experimentell erhaltene Verteilung wurde für die Spinfolgen $a \rightarrow b$ von $0 \rightarrow 2$ bis $4 \rightarrow 2$ getestet. Das χ^2 bleibt für $a=2, 3$ und 4 konstant, unabhängig von δ . Die Koeffizienten a_2/a_0 und a_4/a_0 zeigen dasselbe Verhalten. Für $a=0$ und 1 liegen die Werte für das χ^2 höher als für größere a . Dieses Verhalten ist in Übereinstimmung mit dem Hinweis in Abschnitt 2.2, daß für $a > 2$ prinzipiell

kein eindeutiges Ergebnis aus den Winkelverteilungen zu erwarten ist. Die Tensorparameter ρ_{20}/ρ_{00} und ρ_{40}/ρ_{00} , welche unter der Annahme des Spins $a=4$ erhalten wurden, stimmen mit den entsprechenden Werten der Tripelkorrelation sehr gut überein, wie Tabelle 1 zeigt. Über die höheren ρ_{k0} und über alle $P(\alpha)$ ist bei $a=4$ grundsätzlich keine Aussage möglich. In Tabelle 1 sind die entsprechenden Plätze deshalb freigelassen worden. Die Legendrekoeffizienten sind wieder in Tabelle 2 eingetragen.

Die Mehrdeutigkeit bei der Auswertung machte sich dadurch bemerkbar, daß beim χ^2 -Test auch unter der Annahme der Spins $2 \rightarrow 2$ Werte für die ρ_{k0} gefunden wurden, welche innerhalb der Fehlergrenzen mit den aus der Tripelkorrelation erhaltenen Werten übereinstimmen. Für $\delta = -2,1$ ergaben sich:

$$\rho_{20}/\rho_{00} = -0,637 \pm 0,039; \quad \rho_{40}/\rho_{00} = 0,108 \pm 0,091.$$

c) *Der 1,807 MeV-Übergang.* Diese Verteilung wurde mit denselben Spinfolgen wie der 1,238 MeV-Übergang getestet. Für Spins $a \geq 2$ liegt der Wert für χ^2 um den Faktor 6 niedriger als bei Spin $a=1$. Allerdings wurden bei der Auswertung bei keinem der Spins Werte für die Tensorparameter gefunden, die mit denen der entsprechenden Tripelkorrelation Kaskade II übereinstimmen.

Die Ursache dafür könnte in einer Störung durch die 1,770 MeV-Linie liegen, die vom 3,855 MeV-Niveau, Fig. 4, ausgeht. Im Koinzidenzspektrum jedoch war der Beitrag dieser Linie vernachlässigbar gering. Sie hätte sich bei der zweidimensionalen Analyse in der Koinzidenzmatrix an der Stelle 1,770 MeV/1,238 MeV bemerkbar machen müssen.

6. Diskussion

6.1. Radioaktiver Zerfall

Im folgenden sollen die vorliegenden Ergebnisse mit denen anderer Autoren verglichen werden. Beim β^- -Zerfall des Mn^{56} werden von den tiefliegenden Niveaus des Fe^{56} nur die 0,847 MeV- und 2,654 MeV-Niveaus bevölkert. Das 2,085 MeV-Niveau wird nur über den β^+ -Zerfall und Elektroneneinfang des Co^{56} besetzt.

Die Spins der Niveaus und das Mischungsverhältnis, das in Kaskade II auftritt, wurden mit $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelationsmessungen und mit Winkelverteilungen an orientierten Kernen bestimmt. An dieser Stelle ist zu bemerken, daß diese Messungen im Gegensatz zur vorliegenden Tripelkorrelationsmessung Zweifachkorrelationen repräsentieren. Aus der Messung der Linearpolarisation der γ -Quanten folgen die Multipolaritäten der Übergänge und die Paritäten der Niveaus.

Am Co^{56} wurden diese Messungen von zahlreichen Autoren¹⁰⁻¹⁵ durchgeführt. Sie erhielten übereinstimmend für die mit Kaskade I bezeichneten Niveaus

$$J^\pi = 4^+ \xrightarrow{E2} 2^+ \xrightarrow{E2} 0^+.$$

Der reine $E2$ -Charakter der Übergänge wurde auch von BERTOLINI¹⁶ durch Lebensdauermessungen an den zur Diskussion stehenden Niveaus bestätigt. Dasselbe Ergebnis erhielten PETERSSON et al.¹⁷ durch Absolutmessung der K -Konversionskoeffizienten beim Co^{56} -Zerfall.

Kaskade II wurde mit Messungen an Mn^{56} -Präparaten von METZGER und TODD¹⁸, LEVINE et al.¹⁹, DAGLEY et al.²⁰ und STIMAC et al.²¹ untersucht. Für das Mischungsverhältnis $\delta = E2/M1$ erhielten sie:

$$\delta = 0,15; \quad \delta = 0,16 \pm 0,04; \quad \delta = 0,19 \pm 0,02; \quad \delta = 0,02.$$

Zusammen mit einem Linearpolarisations-Experiment von SKEEL et al.²² ergab sich für die Niveaus:

$$J^\pi = 2^+ \xrightarrow{E2/M1} 2^+ \xrightarrow{E2} 0^+.$$

Das im vorliegenden Tripelkorrelationsexperiment erhaltene Mischungsverhältnis ist somit in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen dieser Autoren bei Bestätigung der Spinfolge.

6.2. Kernreaktionen

Spins und Paritäten der drei ersten angeregten Niveaus wurden von COHEN und MIDDLETON²³ aus der Messung der Winkelverteilung der bei der Reaktion $\text{Fe}^{54}(t, p)\text{Fe}^{56}$ emittierten Protonen ermittelt. HENDRIE

¹⁰ HURLEY, J.P., S.W. RUDMAN, and P.S. JASTRAM: Phys. Rev. **98**, 1187 (1955).

¹¹ WOOD, G.T., and P.S. JASTRAM: Phys. Rev. **98**, 1187 (1955).

¹² DIDDENS, A.N., W.J. HUISKAMP, J.C. SEVERIENS, A.R. MIEDEMA, and M.J. STEENLAND: Nuclear Phys. **5**, 58 (1958).

¹³ GALLAHER, L.J., Ch. WHITTLE, J.A. BEUN, A.N. DIDDENS, C.J. GORTER u. M.J. STEENLAND: Physica **21**, 117 (1955).

¹⁴ POPPEMA, O.P., J.G. SIEKMAN, R. VAN WAGENINGEN u. H.A. TOLHOEK: Physica **21**, 223 (1955).

¹⁵ BERTOLINI, G., E. LAZZARINI u. M. MANDELLI BETTONI: Nuovo cimento **5**, 356 (1957).

¹⁶ BERTOLINI, G.: Nuclear Phys. **2**, 660 (1956/57).

¹⁷ PETERSSON, H., O. BERGMAN u. C. BERGMAN: Arkiv Physik **29**, 423 (1965).

¹⁸ METZGER, F.R., and W.B. TODD: Phys. Rev. **92**, 904 (1953).

¹⁹ LEVINE, N.: Z. Physik **151**, 241 (1958).

²⁰ DAGLEY, P., M.A. GRACE, J.M. GREGORY, and J.S. HILL: Proc. Roy Soc. (London) **250**, 550 (1959).

²¹ STIMAC, M.J., W.L. SKEEL, and P.S. JASTRAM: Bull. Am. Phys. Soc. **4**, No. 1, 56, VA 4 (1959).

²² SKEEL, W.L., K.J. CASPER, and P.S. JASTRAM: Bull. Am. Phys. Soc. **4**, No. 1, 56, VA 5 (1959).

²³ COHEN, B.L., and R. MIDDLETON: Phys. Rev. **146**, 748 (1966).

et al.²⁴ untersuchten diese Niveaus mit $(\alpha\alpha')$ -Reaktionen. Die Winkelverteilung von inelastisch gestreuten Elektronen ermittelten BELLICARD und BARREAU²⁵.

Die Winkelverteilungen der γ -Quanten, welche bei inelastischer Neutronenstreuung entstehen, wurden von verschiedenen Autoren²⁶⁻²⁹ zur Spin- und Paritätsbestimmung benützt. Sie verglichen ihre Meßergebnisse mit den Voraussagen des Satchler-Formalismus^{30,31}. GILBOY und TOWLE³² ermittelten aus den differentiellen Wirkungsquerschnitten der gestreuten Neutronen Spins und Paritäten. Alle mit Kernreaktionen erhaltenen Spins und Paritäten stimmen mit den Ergebnissen überein, die auch aus Untersuchungen an radioaktiven Präparaten erhalten wurden.

MACDONALD und GRACE³³ bestätigten mit $\gamma\gamma$ -Tripelkorrelationsexperimenten die Spins angeregter Niveaus im Fe^{56} . Dabei verwendeten sie einen Ge(Li)-Halbleiterzähler in Koinzidenz mit einem NaJ(Tl)-Szintillationskristall. Wegen der geringen Nachweiswahrscheinlichkeit des Ge-Zählers wurde nur bei drei Winkeln in einer Ebene senkrecht zum einfallenden Strahl gemessen. Deshalb konnten keine Mischungsverhältnisse und Besetzungsparameter angegeben werden.

GOBBI et al.³⁴ untersuchten das 0,847 MeV-Niveau näher. Sie nahmen die $(p'\,\gamma)$ -Korrelation $W(\Theta_{p'}, \Theta_\gamma, \varphi)$ bei $E_p = 5,5$ MeV auf, ferner die Winkelverteilungen der gestreuten Protonen und der γ -Quanten und deren Linearpolarisation senkrecht zur Einfallrichtung der Protonen. Die experimentellen Ergebnisse wurden mit theoretischen Rechnungen für direkte Reaktionen (DI) und Compoundkernbildung (CN) verglichen. Sie fanden, daß CN-Mechanismus mit einer sehr geringen DI-Beimischung vorliegt. Auch bei den von uns verwendeten Energien ist dies somit anzunehmen. Die γ -Winkelverteilung wurde mit den theoretischen Vorhersagen von SATCHLER³⁵ für CN-Mechanismus verglichen. Für die Legendre-Koeffizienten erhielten die Autoren:

$$a_2/a_0 = 0,191, \quad a_4/a_0 = -0,088.$$

²⁴ HENDRIE, D.L., J. VALENTIN, I. GABRIELLI, J. MAHONEY, and J.R. MERIWETHER: Bull. Am. Phys. Soc. **11**, 351 (1966).

²⁵ BELLICARD, J., and P. BARREAU: Nuclear Phys. **36**, 476 (1962).

²⁶ DAY, R.B., and M. WALT: Phys. Rev. **117**, 1330 (1959).

²⁷ NIEWODNICZANSKI, T., u. M.P. STEIGER: Helv. Phys. Acta **36**, 707 (1963).

²⁸ DONAHUC, D.J., and R.D. ROBERTS: Nuclear Phys. **50**, 641 (1964).

²⁹ BENJAMIN, R.W., P.S. BUCHANAN, and I.L. MORGAN: Nucl. Phys. **79**, 241 (1966).

³⁰ SATCHLER, G.R.: Phys. Rev. **104**, 1198 (1956).

³¹ SATCHLER, G.R.: Phys. Rev. **111**, 1747 (1958).

³² GILBOY, W.B. and J.H. TOWLE: Nuclear Phys. **64**, 130 (1965).

³³ MACDONALD, J.W., and M.A. GRACE: Nuclear Phys. A **92**, 593 (1967).

³⁴ GOBBI, B., R.E. PIXLEY, and E. SHELDON: Nuclear Phys. **49**, 353 (1963).

³⁵ SATCHLER, G.R.: Phys. Rev. **94**, 1304 (1954).

Die Theorie liefert ohne Berücksichtigung der Neutronen-Emission vom Compoundkern Co^{57} :

$$a_2/a_0 = 0,248, \quad a_4/a_0 = -0,127$$

und mit deren Berücksichtigung:

$$a_2/a_0 = 0,227, \quad a_4/a_0 = -0,102.$$

Zur Berechnung wurden nur Bahndrehimpulse der auslaufenden Protonen von $\ell \leq 2$ berücksichtigt. Vergleicht man unsere Werte aus Tabelle 2 mit diesen Koeffizienten, so ergibt sich eine größenordnungs- und vorzeichenmäßige Übereinstimmung.

6.3. Vergleich mit Kernmodellen

Für die tiefliegenden Niveaus im Fe^{56} existieren zwei verschiedene Modellvorstellungen:

MCGRORY³⁶ berechnete das Niveau-Schema im Rahmen des Schalenmodells unter folgenden Annahmen: Als inaktiver „core“ wird ein ${}_{20}\text{Ca}_{28}^{48}$ -Kern angenommen, Protonen dürfen nur die $1f_{7/2}$ -Bahn besetzen, Neutronen nur die $2p_{3/2}$, $2p_{1/2}$ und $1f_{5/2}$ -Bahnen. Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ist gut mit einem Fehler von 200 keV in den Energielagen. Spins und Paritäten der ersten drei Niveaus werden richtig wiedergegeben.

Das Vibrationsmodell sagt äquidistante Energieniveaus voraus, wobei man für Quadrupol-Vibrations-Zustände folgende Spinfolgen erhält:

Grundzustand	$J^\pi = 0^+$
Ein-Phononen-Singulett	$J^\pi = 2^+$
Zwei-Phononen-Triplett	$J^\pi = 0^+, 2^+, 4^+$
Drei-Phononen-Multiplett	$J^\pi = 0^+, 2^+, 3^+, 4^+, 6^+.$

FUNSTEN et al.³⁷ erhielten aus der kollektiven Interpretation des 1. angeregten Niveaus in Fe^{56} Vibrations-Parameter, welche sie mit den bei Ni- und Zn-Isotopen gefundenen vergleichen können. KISSLINGER und SORENSEN³⁸ interpretierten das zweite angeregte Niveau als das 4^+ -Mitglied des Zwei-Phononen-Triplets.

³⁶ MCGRORY, J. B.: Phys. Letters **21**, 64 (1966).

³⁷ FUNSTEN, H. O., N. R. ROBERSON, and E. ROST: Phys. Rev. **134**, B 117 (1964).

³⁸ KISSLINGER, L. S., and R. A. SORENSEN: Revs. Mod. Phys. **35**, 853 (1963).

6.4. Störungen durch extranukleare Felder

Am Kernort existieren im allgemeinen magnetische Felder und elektrische Feldgradienten, welche von der Elektronenhülle des Kerns und den Hüllenelektronen der Atome der Umgebung stammen. Diese Felder wechselwirken mit dem magnetischen Moment und dem elektrischen Quadrupolmoment des angeregten Zwischenniveaus, hier des 0,847 MeV-Niveaus, der zu untersuchenden $\gamma\gamma$ -Kaskade und bewirken eine Schwächung der Korrelationsfunktion. Eine zusätzliche Verschiebung der Funktion um einen bestimmten Winkel tritt auf, wenn die Felder geordnet sind. Da das verwendete Target aus polykristallinem Fe_2O_3 besteht, wird eine Verschiebung nicht zu erwarten sein. Die Ursache für die Störungen kann bei statischen Feldern halbklassisch mit einer Präzession des Spins des Zwischenniveaus um die Feldrichtung erklärt werden. Deshalb macht sich eine Störung um so stärker bemerkbar, je länger die Lebensdauer τ des Zwischenniveaus und je größer die Präzessionsfrequenz ω ist.

Nach DEVONS und GOLDFARB¹ und FRAUENFELDER und STEFFEN³⁹ ist eine Störung dann noch nachweisbar, wenn $\omega\tau > 0,01$ ist. Statische elektrische Feldgradienten geben erfahrungsgemäß Präzessionsfrequenzen von $\omega \leq 2 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$. Lebensdauermessungen am 1. angeregten Niveau des Fe^{56} sind nach mehreren Methoden^{16,40,41} durchgeführt worden und geben $\tau \approx 10^{-11} \text{ s}$. Eine Schwächung der Korrelationen durch elektrische Wechselwirkung ist wegen der großen statistischen Fehler deshalb nicht mehr nachzuweisen.

Dasselbe trifft auch für magnetische Wechselwirkung zu: Die Bestimmung des inneren Magnetfelds am Ort eines Fe-Kerns im metallischen Eisen mit Mößbauerexperimenten ergibt nach HANNA et al.⁴² eine Feldstärke von $(3,33 \pm 0,10) \cdot 10^5 \text{ Gauß}$. Im Fe_2O_3 herrscht am Kernort des Fe bei $T = 295^\circ \text{ K}$ ein Feld von $5,15 \cdot 10^5 \text{ Gauß}$, wie BLUM et al.⁴³ nachgewiesen haben. APPEL und MAYER⁴⁴ bestimmen die Verschiebung der $\gamma\gamma$ -Winkelkorrelationsfunktion nach dem Zerfall von Co^{56} im ausgerichteten inneren Feld von metallischen Eisen zu

$$\Delta\theta = \omega\tau = (7,9 \pm 3,7) \cdot 10^{-3}.$$

Da im Fe_2O_3 das Feld um den Faktor 1,55 größer ist, bekommt man für $\omega\tau \approx 1,2 \cdot 10^{-2}$.

³⁹ SIEGBAHN, K.: Alpha-, beta- and gamma-ray spectroscopy, vol. 2, Chap. XIX. Amsterdam: North-Holland Publ. Co. 1966.

⁴⁰ ESWARAN, M.A., H.E. GOVE, A.E. LITHERLAND, and C. BROUDE: Nuclear Phys. **66**, 401 (1965).

⁴¹ METZGER, F.R.: Nuclear Phys. **27**, 612 (1961).

⁴² HANNA, S.S., J. HEBERLE, C. LITTLEJOHN, G.J. PERLOW, R.S. PRESTON, and D.H. VINCENT: Phys. Rev. Letters **4**, 177 (1960).

⁴³ BLUM, N., A.J. FREEMAN, and J.W. SHANER: J. Appl. Phys. **36**, 1169 (1965).

⁴⁴ APPEL, H., and W. MAYER: Nuclear Phys. **43**, 393 (1963).

7. Schlußbemerkung

Die vorhergehenden Abschnitte haben gezeigt, daß die in der vorliegenden Arbeit erhaltenen Ergebnisse mit denen anderer Autoren in Übereinstimmung sind und diese ergänzen. Weil sich die Tripelkorrelationsfunktion Gl. (1) in Termen der 19 X -Funktionen schreiben läßt, erhält man aus der Analyse der Messungen 19 zugehörige Koeffizienten. Bei Messungen an radioaktiven Präparaten werden hingegen nur 3 Koeffizienten erhalten, welche zu den Legendre-Polynomen P_0 , P_2 und P_4 gehören. Deshalb ist die Spinbestimmung nach der hier behandelten Methode sicherer als bei Messungen an radioaktiven Präparaten. Allerdings ist eine größere Anzahl von Meßpunkten nötig. Die vorhandene Apparatur soll deshalb in naher Zukunft durch ein Goniometer ersetzt werden, um das Verfahren noch präziser zu gestalten. Die Methode der $\gamma\gamma$ -Tripelkorrelationen ist bis jetzt noch nicht auf Kerne mit halbzahligen Spins angewendet worden. Auch hier ist sie vorteilhaft einzusetzen, besonders wenn beide Übergänge einer Kaskade gemischte Multipolaritäten aufweisen. Die Ergebnisse der Messungen am Fe^{56} zeigen, daß sich die Methode in ihrer Handhabung bewährt und eindeutige Aussagen liefert.

Herrn Prof. Dr. R. FLEISCHMANN danken wir für sein stetes Interesse und seine wohlwollende Unterstützung dieser Arbeit. Herrn Dipl. Phys. H.H. CUNO danken wir für die Aufstellung des Analysierprogramms für die PDP-7. Dem Mathematischen Institut der Universität sind wir für die Überlassung der Rechenzeiten an der ZUSE Z23 zu Dank verpflichtet. Das Bundesministerium für wissenschaftliche Forschung unterstützte die Arbeit durch finanzielle Zuwendungen und die Deutsche Forschungsgemeinschaft durch zur Verfügung gestellte Geräte.

Dipl.-Phys. Dr. WERNER KREISCHE
Dipl.-Phys. WERNER LAMPERT
Dipl.-Phys. GEORG LOOS
cand. phys. DIETER WELTLE
Tandemlabor des Physikalischen Instituts
der Universität Erlangen-Nürnberg
8520 Erlangen
Erwin-Rommel-Straße 1

Lebenslauf

Am 26. 9.1940 wurde ich als 1. Kind des Betriebsingenieurs Wolfgang Loos und seiner Ehefrau Babette, geb. Groß, in Nürnberg geboren. Meine Kindheit verbrachte ich an meinem Wohnort Eschenau bei Nürnberg.

Vom 1. 9. 1946 bis 15. 7.1950 besuchte ich die Volksschule in Eschenau. Am 1. 9.1950 trat ich in die Oberrealschule an der Löbleinstraße in Nürnberg ein. Nach neunjährigem Besuch dieser Schule unterzog ich mich im Juni 1959 mit Erfolg der Reifeprüfung.

Am 1. 11.1959 nahm ich das Studium der Physik mit dem Studienziel Diplomphysiker an der Universität Erlangen - Nürnberg auf. Die Diplom-Vorprüfung legte ich am 19.11.1962 erfolgreich ab. Die Diplomarbeit fertigte ich bei Prof. Dr. R. Fleischmann am I. Physikalischen Institut an. Während des Sommersemesters 1965 wurde ich als studentische Hilfskraft am Institut beschäftigt. Die Diplom-Hauptprüfung für Physik bestand ich am 9.11.1965.

Anschließend begann ich bei Prof. Dr. R. Fleischmann am Tandemlabor des Physikalischen Instituts mit der Anfertigung der Doktorarbeit. Gleichzeitig wurde ich ab 15.11.1965 als wissenschaftliche Hilfskraft am I. Physikalischen Institut beschäftigt. Am 1. 7.1968 wurde ich in das Angestelltenverhältnis übernommen.

Am 18. 7.1968 verstarb mein Vater.

Georg Loos

